

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

**УТВЕРЖДАЮ**  
Заведующий кафедрой  
уравнений в частных производных  
и теории вероятностей



А.В. Глушко  
19.05.2022

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

### Б1. О. 06 Математика

1. Шифр и наименование направления подготовки: 04.03.02 Химия, физика и механика материалов
2. Профиль подготовки: Материаловедение и индустрия наносистем
3. Квалификация выпускника: Бакалавр
4. Форма обучения: Очная
5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины: Кафедра уравнений в частных производных и теории вероятностей
6. Составители программы: Ткачева Светлана Анатольевна, канд. физ.-мат. наук, доцент
7. Рекомендована: Научно-методическим советом математического факультета  
Протокол № 0500-03 от 24.03.22
8. Учебный год: 2022/2023 Семестры 1, 2

## 9. Цели и задачи учебной дисциплины

В результате изучения дисциплины студент должен владеть основами математики в объеме необходимом им для владения математическим аппаратом науки о материалах для обработки информации и анализа химических, физических, численных данных, механических свойств материалов; уметь использовать математический аппарат в своей профессиональной и научной деятельности, получить навыки математического мышления, постановки задач, построения логически обоснованного решения.

## 10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:

Дисциплина «Математика» относится к базовой части математического и естественнонаучного цикла (Б1) ОПП бакалавриата и является обязательной дисциплиной этого модуля. Изучаемый курс «Математика» является предшествующим и неразрывно связанным с такими дисциплинами базовой части Математического и естественнонаучного цикла, как общая физика, информатика, а также со следующими дисциплинами профессионального цикла (Б3):

- общая и неорганическая химия;
- современная аналитическая химия;
- современная физическая химия;
- классическая механика;
- методы вычислений;
- физико-химия и технология материалов

## 11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями) и индикаторами их достижения:

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ОПК-3	Способен использовать в профессиональной деятельности базовые знания в области математических и смежных естественных наук	ОПК-3.1	Использует базовые знания в области математики и физики при решении задач материаловедения	<b>Знать:</b> основные понятия и методы математического инструментария и средств, определения, термины, подходы к решению задач материаловедения <b>Уметь:</b> применять на практике основные методы математического анализа прикладных моделей, в общем виде выполнять математическую постановку прикладных задач, производить выбор направления решения задач <b>Владеть (иметь навык(и)):</b> навыками практического использования математических инструментов при анализе математических моделей химических и физических процессов и явлений
		ОПК-3.2	Обрабатывает данные с использованием стандартных способов аппроксимации численных характеристик	<b>Знать:</b> как обрабатывать данные с использованием стандартных способов аппроксимации численных характеристик <b>Уметь:</b> самостоятельно обрабатывать данные с использованием стандартных способов аппроксимации численных характеристик <b>Владеть</b> навыками: использованием стандартных способов аппроксимации численных характеристик

		ОПК-3.3	Интерпретирует результаты химических наблюдений с использованием математических и физических законов и представлений	<p><b>Знать:</b> классические задачи математики, используемые при моделировании химических и физических процессов и явлений</p> <p><b>Уметь:</b> самостоятельно определять тематику самообразования, самостоятельно математически корректно ставить естественно-научные задачи, используя основные закономерности химических и физических процессов и явлений</p> <p><b>Владеть</b> навыками: интерпретировать результаты химических наблюдений с использованием математических и физических законов и представлений.</p>
--	--	---------	--	---

**12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час. — 10/360.**

**Форма промежуточной аттестации: экзамен**

**13. Трудоемкость по видам учебной работы**

Вид учебной работы		Трудоемкость			
		Всего	По семестрам		
			1	2	...
Контактная работа		180	84	96	
в том числе:	лекции	78	34	48	
	практические	98	50	48	
	лабораторные				
	курсовая работа				
Самостоятельная работа		108	60	48	
Промежуточная аттестация (экзамен)		72	36	36	
Итого:		360	180	180	

**13.1. Содержание дисциплины**

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК *
<b>1. Лекции</b>			
1.1	Элементы линейной алгебры	Матрицы. Основные понятия. Действия над матрицами. Определители. Основные понятия. Свойства определителей. невырожденные матрицы. Основные понятия. Обратная матрица. Ранг матрицы.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/edit.php?id=2631">https://edu.vsu.ru/course/edit.php?id=2631</a>

		<p>Системы линейных уравнений. Основные понятия. Решение систем линейных уравнений. Теорема Кронекера-Капелли.</p> <p>Решение невырожденных линейных систем. Формулы Крамера. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса. Системы линейных однородных уравнений</p>	
1.2	Элементы векторной алгебры	<p>Векторы. Основные понятия. Линейные операции над векторами. Проекция вектора на ось. Разложение вектора по ортам координатных осей. Модуль вектора. Направляющие косинусы. Действия над векторами, заданными проекциями: линейные операции над векторами; равенство векторов; коллинеарность векторов; координаты точки и вектора.</p> <p>Скалярное произведение векторов и его свойства. Векторное произведение векторов и его свойства. Смешанное произведение векторов и его свойства</p>	<a href="https://edu.vsu.ru/course/edit.php?id=2631">https://edu.vsu.ru/course/edit.php?id=2631</a>
1.3	Аналитическая геометрия на плоскости	<p>Система координат на плоскости: основные понятия; основные приложения метода координат на плоскости; преобразования системы координат.</p> <p>Линии на плоскости. Основные понятия. Различные уравнения прямой на плоскости. Основные задачи с прямой на плоскости.</p> <p>Линии второго порядка на плоскости: основные понятия; окружность; эллипс.</p> <p>Линии второго порядка на плоскости: гипербола; парабола.</p>	<a href="https://edu.vsu.ru/course/edit.php?id=2631">https://edu.vsu.ru/course/edit.php?id=2631</a>
1.4	Введение в математический анализ	<p>Множества. Действительные числа. Числовые промежутки. Окрестности точки. Функция: понятие функции; график функции; способы задания функции; основные свойства и характеристики функции; обратная и сложная функции.</p> <p>Числовые последовательности. Предел числовой последовательности. Предельный переход в неравенствах. Предел монотонной ограниченной последовательности. Число <math>e</math>.</p> <p>Предел функции в точке и на бесконечности. Односторонние пределы. Бесконечно большая функция.</p> <p>Бесконечно малые функции: определения и основные теоремы. Связь между функцией, ее пределом и бесконечно малой функцией.</p> <p>Основные теоремы о пределах функций. Признаки существования пределов.</p> <p>Первый и второй замечательные пределы. Следствия из второго замечательного предела функции.</p>	<a href="https://edu.vsu.ru/course/edit.php?id=2631">https://edu.vsu.ru/course/edit.php?id=2631</a>

		<p>Сравнение бесконечно малых функций. Эквивалентные бесконечно малые и основные теоремы о них.</p> <hr/> <p>Непрерывность функции в точке и на множестве. Точки разрыва функции и их классификация. Основные теоремы о непрерывных функциях. Теоремы о свойствах функций, непрерывных на отрезке.</p> <hr/> <p>Производная функции действительного аргумента. Физический и геометрический смыслы производной функции в точке. Уравнения касательной и нормали к кривой. Связь между дифференцируемостью и непрерывностью функции.</p> <hr/> <p>Производная суммы, разности, произведения и частного функций. Производная сложной и обратной функций. Таблица производных основных элементарных функций.</p> <hr/> <p>Дифференцирование функций, заданных неявно и параметрически. Логарифмическое дифференцирование. Производные высших порядков функций, заданных явно, неявно и параметрически.</p> <hr/> <p>Дифференциал функции: определение и геометрический смысл. Основные теоремы о дифференциалах. Дифференциалы высших порядков.</p> <hr/> <p>Некоторые теоремы о дифференцируемых функциях. Теоремы Ролля, Коши, Лагранжа и следствия к ним.</p> <hr/> <p>Правила Лопиталю. Раскрытие неопределенностей различных видов.</p> <hr/> <p>Необходимые и достаточные условия монотонности функции на интервале. Локальные экстремумы функций: определения; необходимые и достаточные условия локального экстремума функции. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке.</p> <hr/> <p>Направления выпуклости графика функции. Точки перегиба. Асимптоты графика функции. Общая схема исследования функции и построения ее графика.</p> <hr/> <p>Формулы Тейлора и Маклорена для функций одного действительного аргумента.</p>	
1.5	Неопределенный интеграл	<p>Понятие неопределенного интеграла. Свойства неопределенного интеграла. Таблица основных неопределенных интегралов.</p>	<p><a href="https://edu.vsu.ru/course/edit.php?id=2631">https://edu.vsu.ru/course/edit.php?id=2631</a></p>

		<p>Основные методы вычисления неопределенных интегралов: непосредственного интегрирования; подстановки и замены переменной; интегрирования по частям.</p> <hr/> <p>Некоторые сведения о рациональных функциях. Дробно-рациональные функции. Простейшие рациональные дроби и их интегрирование.</p> <hr/> <p>Интегрирование рациональных дробей.</p> <hr/> <p>Интегрирование иррациональных функций.</p> <hr/> <p>Интегрирование тригонометрических функций. «Берущиеся» и «неберущиеся» интегралы</p>	
1.6	Определенный интеграл	<p>Определенный интеграл. Некоторые свойства определенного интеграла. Геометрический и физический смыслы определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница.</p> <hr/> <p>Основные свойства определенного интеграла.</p> <hr/> <p>Основные формулы и методы для вычисления определенного интеграла.</p> <hr/> <p>Несобственные интегралы: интегралы по бесконечному промежутку интегрирования; интегралы от функций с особой точкой на отрезке интегрирования.</p>	<a href="https://edu.vsu.ru/course/edit.php?id=2631">https://edu.vsu.ru/course/edit.php?id=2631</a>
1.7	Функции нескольких переменных	<p>Функции двух переменных. Основные понятия и определения. Пределы функций двух переменных. Непрерывность функции двух переменных. Свойства функций, непрерывных в ограниченной замкнутой области.</p> <hr/> <p>Частные производные первого порядка функции нескольких переменных и их геометрический смысл. Частные производные высших порядков.</p> <hr/> <p>Дифференцируемость и полный дифференциал функции нескольких переменных. Дифференциалы высших порядков. Производные по направлению. Градиент.</p> <hr/> <p>Производная сложной функции нескольких переменных. Дифференцирование неявных функций</p>	<a href="https://edu.vsu.ru/course/edit.php?id=2631">https://edu.vsu.ru/course/edit.php?id=2631</a>
1.8	Кратные и криволинейные интегралы	<p>Двойной интеграл. Основные понятия и определения. Геометрический и физический смыслы двойного интеграла.</p>	<a href="https://edu.vsu.ru/course/edit.php?id=2631">https://edu.vsu.ru/course/edit.php?id=2631</a>

		<p>Основные свойства двойного интеграла.</p> <hr/> <p>Вычисление двойного интеграла в декартовых прямоугольных координатах.          Формула замены переменных в двойном интеграле.          Вычисление двойного интеграла в полярных координатах.</p> <hr/> <p>Криволинейные интегралы первого рода. Основные понятия.          Основные свойства криволинейного интеграла по длине дуги.          Правила и формулы для вычисления криволинейного интеграла первого рода.</p> <hr/> <p>Криволинейные интегралы второго рода. Основные понятия.          Основные свойства криволинейного интеграла второго рода.          Правила и формулы для вычисления криволинейного интеграла второго рода.</p> <hr/> <p>Формула Остроградского-Грина.          Условия независимости криволинейного интеграла второго рода от пути интегрирования.</p>	
1.9	Комплексные числа	<p>Комплексные числа. Основные понятия.          Геометрическое изображение комплексных чисел.          Различные формы записи комплексных чисел.          Действия с комплексными числами, заданными в алгебраической форме.</p> <hr/> <p>Действия с комплексными числами, заданными в тригонометрической форме.</p>	<a href="https://edu.vsu.ru/course/edit.php?id=2631">https://edu.vsu.ru/course/edit.php?id=2631</a>
1.10	Числовые ряды	<p>Числовые ряды: основные понятия и определения.          Ряд геометрической прогрессии.          Необходимый признак сходимости числового ряда.          Гармонический ряд.          Достаточные признаки сходимости знакопостоянных числовых рядов: признаки сравнения.</p> <hr/> <p>Достаточные признаки сходимости знакопостоянных числовых рядов: ; признак Даламбера; радикальный и интегральный признаки Коши.</p> <hr/> <p>Знакопеременные числовые ряды. Признак Лейбница.          Общий достаточный признак сходимости знакопеременных числовых рядов.          Абсолютная и условная сходимости числовых рядов.          Некоторые свойства абсолютно сходящихся рядов.</p>	<a href="https://edu.vsu.ru/course/edit.php?id=2631">https://edu.vsu.ru/course/edit.php?id=2631</a>
1.11	Степенные ряды	<p>Функциональные ряды.          Степенные ряды. Теорема Н. Абеля.</p>	<a href="https://edu.vsu.ru/course/edit.php?id=2631">https://edu.vsu.ru/course/edit.php?id=2631</a>

		Интервал и радиус сходимости степенного ряда. Свойства степенных рядов.	
		Разложение функций в степенные ряды (ряды Тейлора и Маклорена).	
1.12	Дифференциальные уравнения	Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям Дифференциальные уравнения первого порядка, их частные случаи. Приложения в естествознании Линейные дифференциальные уравнения второго порядка. Дифференциальные уравнения в естествознании	<a href="https://edu.vsu.ru/course/edit.php?id=2631">https://edu.vsu.ru/course/edit.php?id=2631</a>
<b>2. Практические занятия</b>			
2.1	Элементы линейной алгебры	Матрицы. Действия над матрицами. Определители. Свойства определителей, вычисление  Обратная матрица. Ранг матрицы. Системы линейных уравнений. Решение систем линейных уравнений матричным методом.  Решение невырожденных линейных систем. Формулы Крамера.  Метод Гаусса. Системы линейных однородных уравнений.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/edit.php?id=2631">https://edu.vsu.ru/course/edit.php?id=2631</a>
2.2	Элементы векторной алгебры	Векторы. Линейные операции над векторами. Проекция вектора на ось. Разложение вектора по ортам. Направляющие косинусы.  Скалярное произведение векторов и его свойства. Решение задач  Векторное произведение векторов и его свойства. Смешанное произведение векторов и его свойства	<a href="https://edu.vsu.ru/course/edit.php?id=2631">https://edu.vsu.ru/course/edit.php?id=2631</a>
2.3	Аналитическая геометрия на плоскости	Система координат на плоскости, основные приложения метода координат на плоскости, преобразования системы координат.  Уравнения прямой на плоскости. Основные задачи с прямой на плоскости.  Линии второго порядка на плоскости: основные понятия; окружность; эллипс, гипербола; парабола.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/edit.php?id=2631">https://edu.vsu.ru/course/edit.php?id=2631</a>
2.4	Введение в математический анализ	Действительные числа. Числовые промежутки. Окрестности точки. Функция: понятие функции; график функции; способы задания функции; обратная и сложная функции.  Числовые последовательности. Предел числовой последовательности.  Предел монотонной ограниченной последовательности. Число $e$ .  Односторонние пределы. Бесконечно большая функция.  Бесконечно малые функции: основные теоремы. Связь между функцией, ее пределом и бесконечно малой функцией.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/edit.php?id=2631">https://edu.vsu.ru/course/edit.php?id=2631</a>



		<p>Основные теоремы о пределах функций. Признаки существования пределов.</p> <hr/> <p>Первый и второй замечательные пределы. Следствия из второго замечательного предела функции.</p> <hr/> <p>Сравнение бесконечно малых функций. Эквивалентные бесконечно малые и основные теоремы о них.</p> <hr/> <p>Непрерывность функции в точке и на множестве. Точки разрыва функции и их классификация. Основные теоремы о непрерывных функциях. Теоремы о свойствах функций, непрерывных на отрезке.</p> <hr/> <p>Производная функции действительного аргумента. Физический и геометрический смыслы производной функции в точке. Уравнения касательной и нормали к кривой. Связь между дифференцируемостью и непрерывностью функции.</p> <hr/> <p>Производная суммы, разности, произведения и частного функций. Производная сложной и обратной функций. Таблица производных основных элементарных функций.</p> <hr/> <p>Дифференцирование функций, заданных неявно и параметрически. Логарифмическое дифференцирование. Производные высших порядков функций, заданных явно, неявно и параметрически.</p> <hr/> <p>Дифференциал функции: определение и геометрический смысл. Основные теоремы о дифференциалах. Дифференциалы высших порядков.</p> <hr/> <p>Правила Лопиталю. Раскрытие неопределенностей различных видов.</p> <hr/> <p>Необходимые и достаточные условия монотонности функции на интервале. Локальные экстремумы функций: определения; необходимые и достаточные условия локального экстремума функции. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке.</p> <hr/> <p>Направления выпуклости графика функции. Точки перегиба. Асимптоты графика функции. Общая схема исследования функции и построения ее графика.</p> <hr/> <p>Формулы Тейлора и Маклорена для функций одного действительного аргумента.</p>	
2.5	Неопределенный		<a href="https://edu.vsu">https://edu.vsu</a>

	интеграл	<p>Свойства неопределенного интеграла. Таблица основных неопределенных интегралов.</p> <hr/> <p>Основные методы вычисления неопределенных интегралов: непосредственного интегрирования; подстановки и замены переменной; интегрирования по частям.</p> <hr/> <p>Дробно-рациональные функции. Простейшие рациональные дроби и их интегрирование.</p> <hr/> <p>Интегрирование рациональных дробей.</p> <hr/> <p>Интегрирование иррациональных функций.</p> <hr/> <p>Интегрирование тригонометрических функций.</p>	<a href="https://edu.vsu.ru/course/edit.php?id=2631">.ru/course/edit.php?id=2631</a>
2.6	Определенный интеграл	<p>Определенный интеграл. Геометрический и физический смыслы определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница.</p> <hr/> <p>Основные свойства определенного интеграла.</p> <hr/> <p>Основные формулы и методы для вычисления определенного интеграла.</p> <hr/> <p>Несобственные интегралы: интегралы по бесконечному промежутку интегрирования; интегралы от функций с особой точкой на отрезке интегрирования.</p>	<a href="https://edu.vsu.ru/course/edit.php?id=2631">https://edu.vsu.ru/course/edit.php?id=2631</a>
2.7	Функции нескольких переменных	<p>Функции двух переменных. Пределы функций двух переменных. Непрерывность функции двух переменных. Свойства функций, непрерывных в ограниченной замкнутой области.</p> <hr/> <p>Частные производные первого порядка функции нескольких переменных и их геометрический смысл. Частные производные высших порядков.</p> <hr/> <p>Дифференцируемость и полный дифференциал функции нескольких переменных. Дифференциалы высших порядков. Производные по направлению. Градиент.</p> <hr/> <p>Производная сложной функции нескольких переменных. Свойство инвариантности формы полного дифференциала первого порядка функции нескольких переменных. Дифференцирование неявных функций.</p>	<a href="https://edu.vsu.ru/course/edit.php?id=2631">https://edu.vsu.ru/course/edit.php?id=2631</a>
2.8	Кратные и криволинейные интегралы	<p>Двойной интеграл. Основные понятия и определения. Геометрический и физический смыслы двойного интеграла.</p>	<a href="https://edu.vsu.ru/course/edit.php?id=2631">https://edu.vsu.ru/course/edit.php?id=2631</a>

		<p>Основные свойства двойного интеграла.</p> <hr/> <p>Вычисление двойного интеграла в декартовых прямоугольных координатах. Формула замены переменных в двойном интеграле. Вычисление двойного интеграла в полярных координатах.</p> <hr/> <p>Криволинейные интегралы первого рода. Основные понятия. Основные свойства криволинейного интеграла по длине дуги. Правила и формулы для вычисления криволинейного интеграла первого рода.</p> <hr/> <p>Криволинейные интегралы второго рода. Основные понятия. Основные свойства криволинейного интеграла второго рода. Правила и формулы для вычисления криволинейного интеграла второго рода.</p> <hr/> <p>Формула Остроградского-Грина. Условия независимости криволинейного интеграла второго рода от пути интегрирования.</p>	
2.9	Комплексные числа	<p>Комплексные числа. Основные понятия. Геометрическое изображение комплексных чисел. Различные формы записи комплексных чисел. Действия с комплексными числами, заданными в алгебраической форме.</p> <hr/> <p>Действия с комплексными числами, заданными в тригонометрической форме.</p>	<a href="https://edu.vsu.ru/course/edit.php?id=2631">https://edu.vsu.ru/course/edit.php?id=2631</a>
2.10	Числовые ряды	<p>Числовые ряды: основные понятия и определения. Ряд геометрической прогрессии. Необходимый признак сходимости числового ряда. Гармонический ряд. Достаточные признаки сходимости знакопостоянных числовых рядов: признаки сравнения.</p> <hr/> <p>Достаточные признаки сходимости знакопостоянных числовых рядов: признак Даламбера; радикальный и интегральный признаки Коши.</p> <hr/> <p>Знакопеременные числовые ряды. Признак Лейбница. Общий достаточный признак сходимости знакопеременных числовых рядов. Абсолютная и условная сходимости числовых рядов.</p>	<a href="https://edu.vsu.ru/course/edit.php?id=2631">https://edu.vsu.ru/course/edit.php?id=2631</a>
2.11	Степенные ряды	<p>Функциональные ряды. Степенные ряды. Теорема Н. Абеля. Интервал и радиус сходимости степенного ряда.</p>	<a href="https://edu.vsu.ru/course/edit.php?id=2631">https://edu.vsu.ru/course/edit.php?id=2631</a>

		Свойства степенных рядов.	
		Разложение функций в степенные ряды (ряды Тейлора и Маклорена).	
2.12	Дифференциальные уравнения	<p>Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям</p> <p>Дифференциальные уравнения, основные понятия и определения.</p> <p>Дифференциальные уравнения первого порядка. Задача Коши. Понятие общего и частного решений. Теорема Коши.</p> <p>Уравнения с разделяющимися переменными.</p> <p>Линейные однородные дифференциальные уравнения первого порядка.</p> <p>Линейные неоднородные дифференциальные уравнения первого порядка.</p> <p>Линейные дифференциальные уравнения второго порядка.. Определитель Вронского. Частные решения. Теорема об общем решении неоднородного дифференциального уравнения второго порядка.</p> <p>Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка. с постоянными коэффициентами. Три случая вида общего решения</p> <p>Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка. с постоянными коэффициентами</p>	

### 13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (часов)				Всего
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	
1	Элементы линейной алгебры	6	8		12	26
2	Элементы векторной алгебры	4	6		10	20
3	Аналитическая геометрия на плоскости	6	6		6	18
4	Введение в математический анализ	10	16		18	44
5	Неопределенный интеграл	8	14		14	36
6	Определенный интеграл	8	8		8	24
7	Функции нескольких переменных	8	10		8	26
8	Кратные и криволинейные интегралы	8	8		8	24
9	Комплексные числа	4	4		4	12

10	Числовые ряды	8	6	6	20
11	Степенные ряды	4	4	6	14
12	Дифференциальные уравнения	8	8	8	24
	Итого:	82	98	108	288

Экзамен 72

Итого 360

#### 14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

В процессе преподавания дисциплины используются такие виды учебной работы, как практические занятия, а также различные виды самостоятельной работы обучающихся, на которую отводится 108 часов.

Самостоятельная учебная деятельность студентов по дисциплине «Математика» предполагает выполнение следующих заданий:

- 1) самостоятельное изучение учебных материалов по разделам 1-12 с использованием основной и дополнительной литературы, информационно-справочных и поисковых систем;
- 2) подготовку к текущим аттестациям: выполнение домашних заданий, самостоятельное освоение понятийного аппарата по каждой теме.

Практические занятия реализуются в соответствии с рабочим учебным планом при последовательном изучении дисциплины.

Для обеспечения систематической и регулярной работы по изучению дисциплины и успешного прохождения текущих и промежуточных аттестационных испытаний студенту рекомендуется:

- выполнять все виды работ, предусмотренных рабочим учебным планом по дисциплине;
- посещать аудиторские практические занятия.

При подготовке к практическим занятиям рекомендуется использование учебной литературы, дополнительных файлов с теоретическим материалом по изучаемым темам, выбрать время для работы с литературой по дисциплине в библиотеке и самостоятельной работе в аудитории.

#### 15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература:

№ п/п	Источник
01	<b>Владимирский, Борис Михайлович.</b> Математика. Общий курс : учеб. / Б. М. Владимирский, А. Б. Горстко, Я. М. Ерусалимский. — Москва : Лань, 2008. — 960 с. : ил. ; 24 см. — (Учебники для вузов, Специальная литература). — Предм. указ.: с. 951-957. — Допущено Министерством образования РФ в качестве учебника для бакалавров естественнонаучных направлений. — Библиогр.: с. 948-950. — ISBN 978-5-8114-0445-2. — <URL: <a href="http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&amp;pl1_id=634">http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&amp;pl1_id=634</a> >.
02	<b>Бермант, Анисим Федорович.</b> Краткий курс математического анализа : учеб. пособие / А.Ф. Бермант, И.Г. Араманович. — Москва : Лань, 2010. — 736 с. : ил., граф. — (Учебники для вузов. Специальная литература) (Классическая учебная литература по математике). — (Допущ. НМС). — Допущено Научно-методическим советом по математике Министерства образования и науки РФ в качестве учебного пособия для студентов вузов, обучающихся по направлениям: «Естественные науки и математика» (510000), «Технические науки» (550000), «Педагогические науки» (540000). — ISBN 978-5-8114-0499-5. — <URL: <a href="http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&amp;pl1_id=2660">http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&amp;pl1_id=2660</a> >.
03	<b>Лисичкин, Виктор Тимофеевич.</b> Математика в задачах с решениями : учеб. пособие / В. Т. Лисичкин, И. Л. Соловейчик. — Москва : Лань, 2012. — 464 с. : ил. — (Учебники для вузов. Специальная литература). — ISBN 978-5-8114-1179-5. — <URL: <a href="http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&amp;pl1_id=2785">http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&amp;pl1_id=2785</a> >.
04	Письменный Д. Т. Конспект лекций по высшей математике / Д. Т. Письменный. — М. : Айрис-пресс, 2014. — 608 с.
05	Высшая математика в упражнениях и задачах: Учебное пособие для вузов / П. Е. Данко [и др.]. — М. : АСТ, 2014. — 816 с.
06	Высшая математика в упражнениях и задачах : Учебное пособие для вузов: в 2 ч. / П. Е.

	<i>Данко [и др.]. – М. : ОНИКС : Мир и образование, 2009. – Ч. 1. – 368 с.</i>
07	<i>Высшая математика в упражнениях и задачах : [учеб. пособие для вузов] : в 2 ч. / П. Е. Данко [и др.]. – М. : ОНИКС : Мир и образование, 2009. – Ч. 2. – 448 с.</i>

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
08	<i>Шипачев В. С. Высшая математика, Полный курс: учебник для бакалавров: [для студентов вузов] / В. С. Шипачев; Моск. гос. ун-т им. М. В. Ломоносова: под ред. А. Н. Тихонова. – М. : Юрайт, 2014. – 607, [1] с.</i>
09	<i>Сборник задач по высшей математике. С контрольными работами. 1 курс / К. Н. Лунгу [и др.]. – М. : Айрис-пресс, 2013. – 576 с.</i>
10	<i>Сборник задач по высшей математике. С контрольными работами. 2 курс / К. Н. Лунгу [и др.]. – М. : Айрис-пресс, 2013. – 592 с.</i>
11	<i>Ильин В.А. Высшая математика / В.А. Ильин, А.В. Курина. – М. : Проспект : МГУ, 2007. – 591 с.</i>
12	<i>Демидович Б.П. Краткий курс высшей математики : учеб. пособ. для вузов / Б.П. Демидович, В.А. Кудрявцев. – М. : Астрель : АСТ, 2008. – 654 с.</i>

в) информационные электронно-образовательные ресурсы:

№ п/п	Источник
13	<a href="http://school.msu.ru">http:// school.msu.ru</a> – математический консультационный центр
14	<a href="http://mschool.kubsu.ru">http://mschool.kubsu.ru</a> – библиотека электронных учебных пособий
15	<a href="http://www.lib.vsu.ru">http://www.lib.vsu.ru</a> – электронный каталог и электронная библиотека ЗНБ ВГУ
16	Электронный курс <a href="https://edu.vsu.ru/course/edit.php?id=2631">https://edu.vsu.ru/course/edit.php?id=2631</a>

## 16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

№ п/п	Источник
1	<a href="http://www.kuchp.ru">http://www.kuchp.ru</a> – электронный сайт кафедры уравнений в частных производных и теории вероятностей, на котором размещены методические издания
2	<a href="http://mschool.kubsu.ru">http://mschool.kubsu.ru</a> – библиотека электронных учебных пособий.( <a href="http://mschool.kubsu.ru/ms/1.htm">http://mschool.kubsu.ru/ms/1.htm</a> )
3	Электронный каталог Научной библиотеки Воронежского государственного университета. – ( <a href="http://www.lib.vsu.ru/">http:// www.lib.vsu.ru/</a> )
4	Положение об организации самостоятельной работы обучающихся в Воронежском государственном университете

## 17. Образовательные технологии, используемые при реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии (ДОТ), электронное обучение (ЭО), смешанное обучение):

При реализации дисциплины используются следующие образовательные технологии: логическое построение дисциплины, установление межпредметных связей, обозначение теоретического и практического компонентов в учебном материале, актуализация личного и учебно-профессионального опыта обучающихся, включение элементов дистанционных образовательных технологий.

В практической части курса используется стандартное современное программное обеспечение персонального компьютера.

В части освоения материала лекционных и лабораторных занятий, самостоятельной работы по отдельным разделам дисциплины, прохождения текущей и промежуточной аттестации может применяться электронное обучение и дистанционные образовательные технологии, в частности, электронный курс «Математика» ([URL: https://edu.vsu.ru/course/edit.php?id=2631](https://edu.vsu.ru/course/edit.php?id=2631)) на портале «Электронный университет ВГУ».

### 18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Для проведения лекционных и практических занятий используются аудитории, соответствующие действующим санитарно-техническим нормам и противопожарным правилам.

---

### 19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1	Элементы линейной алгебры	ОПК-3	ОПК -3.1.	Аттестация №1, КИМ (экзамен)
2	Элементы векторной алгебры	ОПК-3	ОПК -3.1.	Аттестация №1, КИМ (экзамен)
3	Аналитическая геометрия на плоскости	ОПК-3	ОПК -3.1.	Аттестация №1, КИМ (экзамен)
4	Введение в математический анализ	ОПК-3	ОПК -3.1. ОПК -3.2.	Аттестация №2, КИМ (экзамен)
5	Неопределенный интеграл	ОПК-3	ОПК -3.1. ОПК -3.2.	Аттестация №2, КИМ (экзамен)
6	Определенный интеграл	ОПК-3	ОПК -3.1. ОПК -3.2.	Аттестация №3, КИМ (экзамен)
7	Функции нескольких переменных	ОПК-3	ОПК -3.1. ОПК -3.2.	Аттестация №3, КИМ (экзамен)
8	Кратные и криволинейные интегралы	ОПК-3	ОПК -3.1. ОПК -3.2.	Аттестация №3, КИМ (экзамен)
9	Комплексные числа	ОПК-3	ОПК -3.1. ОПК -3.2. ОПК -3.3.	Аттестация №4, КИМ (экзамен)
10	Числовые ряды	ОПК-3	ОПК -3.1. ОПК -3.2. ОПК -3.3.	Аттестация №4, КИМ (экзамен)
11	Степенные ряды	ОПК-3	ОПК -3.1. ОПК -3.2. ОПК -3.3.	Аттестация №4, КИМ (экзамен)
12	Дифференциальные уравнения	ОПК-3	ОПК -3.1. ОПК -3.2. ОПК -3.3.	Аттестация №4, КИМ (экзамен)
Промежуточная аттестация Форма контроля – экзамен				КИМ (экзамен)

## 19.2. Описание критериев и шкалы оценивания компетенций (результатов обучения) при промежуточной аттестации

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
При ответе на контрольно-измерительный материал обучающийся в полной мере владеет понятийным аппаратом данной области науки (теоретическими основами дисциплины), способен иллюстрировать ответ примерами, применять теоретические знания для решения практических задач в области курса	Повышенный	Отлично
Обучающийся владеет теоретическими основами дисциплины, способен иллюстрировать ответ примерами, применять теоретические знания для решения практических задач в области изученного курса, но допускает незначительные ошибки при ответе на вопросы контрольно-измерительного материала	Базовый	Хорошо
Обучающийся владеет частично теоретическими основами дисциплины, фрагментарно способен иллюстрировать ответ примерами, но не умеет применять теоретические знания для решения практических задач в области изученного курса не умеет применять, допускает существенные ошибки при ответе на вопросы контрольно-измерительного материала	Пороговый	Удовлетворительно
Ответ на контрольно-измерительный материал не соответствует любым из перечисленных показателей. Обучающийся демонстрирует отрывочные, фрагментарные знания, допускает грубые ошибки при ответе на вопросы контрольно-измерительного материала	–	Неудовлетворительно

## 20. Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

### 20.1. Текущий контроль успеваемости

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

**Примерный перечень заданий для аттестационных заданий**  
Аттестация №1



1. Выполнить действия с матрицами:  $3A \cdot B - C^T$ , где

$$A = \begin{pmatrix} -15 & 10 \\ 7 & -11 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -6 & 2 \\ 5 & -10 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}.$$

2. Найти обратную матрицу  $A^{-1}$ , если  $A = \begin{pmatrix} -1 & 9 & 5 \\ -4 & 6 & 2 \\ 3 & 7 & 8 \end{pmatrix}$ .

3. Вычислить определитель  $\begin{vmatrix} -2 & 3 & 5 \\ 7 & -1 & 4 \\ 9 & -8 & -6 \end{vmatrix}$ .

4. Решить систему уравнений методом Гаусса  $\begin{cases} 3x + 2y - z = 3; \\ x - y + 2z = -4; \\ 2x + 2y + z = -4. \end{cases}$

5. Вычислить  $\bar{a} \cdot \bar{b}$ ,  $\bar{a} \times \bar{b}$ ,  $\bar{a}\bar{b}\bar{c}$ , если  $\bar{a} = (3; 2; -1)$ ;  $\bar{b} = (2; 4; -5)$ ;  $\bar{c} = (1; -2; 7)$ .

6. Задано уравнение прямой  $3x - 2y + 6 = 0$ . Определить, в каком виде задана прямая, записать её уравнение в отрезках, с угловым коэффициентом, нормальное уравнение.

7. Дано уравнение эллипса  $9x^2 + 25y^2 = 225$ . Записать уравнение в каноническом виде. Определить: длины полуосей эллипса, координаты фокусов, эксцентриситет, уравнения директрис эллипса.

## Аттестация №2

1. Найти предел последовательности

а)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+2)^3}{5n^3}$ ;

б)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3}{n+2} - \frac{5}{2n+1}$ .

2. Найти предел функции

а)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 1}{2x^2 + 7x + 3}$ ;

б)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - x - 6}{x - 3}$ ;

в)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1} - 2}{\sqrt{x-2} - 1}$ ;

г)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{x \cdot \sin^2 x} 4$

д)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x-5}{2x+3} \right)^{7x}$ .

3. Для данной функции  $f(x)$  найти точки разрыва, определить их характер, найти скачки функции в каждой точке

$$f(x) = \begin{cases} -x, & x < 0; \\ x^3, & 0 \leq x < 2; \\ 3, & x > 2. \end{cases}$$

4. Найти производную функции

а)  $f(x) = \operatorname{arctg}(3x)$ ;

б)  $f(x) = \log_2 \sin \sqrt{x^2 + 3}$ .

5. Найти производную функции, используя метод логарифмического дифференцирования

$$f(x) = (\sin x)^{\cos x}.$$

Текущий контроль представляет собой проверку усвоения учебного материала теоретического и практического характера, регулярно осуществляемую на занятиях.

Цель текущего контроля:

Определение уровня сформированности профессиональных компетенций, знаний и навыков деятельности в области знаний, излагаемых в курсе.

Задачи текущего контроля: провести оценивание

1. уровня освоения теоретических и практических понятий, научных основ профессиональной деятельности;

2. степени готовности обучающегося применять теоретические и практические знания и профессионально значимую информацию, сформированности когнитивных умений.

3. приобретенных умений, профессионально значимых для профессиональной деятельности.

**Текущий контроль** предназначен для проверки хода и качества формирования компетенций, стимулирования учебной работы обучаемых и совершенствования методики освоения новых знаний. Он обеспечивается проведением аттестационных заданий и проведением аттестаций.

Весь теоретический материал разбивается на четыре части и в течение учебного семестра проводятся две аттестации: В ходе проведения аттестации обучающемуся выдается программа аттестации, бланк ответа и билет с заданием. Ответ на вопрос КИМ должен быть дан за 60 минут.

Если текущая аттестация проводится в дистанционном формате, то обучающийся должен иметь компьютер и доступ в систему «Электронный университет». Если у обучающегося отсутствует необходимое оборудование или доступ в систему, то он обязан сообщить преподавателю об этом за 2 рабочих дня. На аттестационную работу в дистанционном режиме отводится ограничение по времени аттестационная работа - 180 минут, на аттестацию – 90 минут.

Аттестации № 1-4: 5 баллов за полный ответ по вопросам КИМ. Баллы от 0 до 5 выставляются по критериям оценивания компетенций из п. 19.2 (0 – 2 балла по критериям оценивания на «неудовлетворительно», 3 балла – «удовлетворительно», 4 балла – «хорошо», 5 баллов – «отлично»). Возможно назначение баллов с точностью до десятых. При получении не менее 50% баллов (от 2,5 и выше) выставляется оценка «зачтено». Оценка в баллах сохраняется для дальнейшего использования при формировании оценки на экзамене в семестре. В случае, если обучающийся удовлетворен оценками полученными на аттестациях, то он на экзамене получает «среднюю» оценку двух аттестаций. Если одна из частей теоретической части не сдана, то она сдается на экзамене и также выводится «средняя» оценка. Если же обучающийся не сдавал аттестации, то он полностью сдает теоретический материал курса на экзамене.

## **20.2 Промежуточная аттестация**

**Промежуточная аттестация** предназначена для определения уровня освоения всего объема учебной дисциплины. Промежуточная аттестация по дисциплине «Математическая статистика» проводится в форме экзамена.

Промежуточная аттестация, как правило, осуществляется в конце семестра. Результаты текущей аттестации обучающегося по решению кафедры могут быть учтены при проведении промежуточной аттестации. При несогласии студента, ему дается возможность пройти промежуточную аттестацию (без учета его текущих аттестаций) на общих основаниях.

При проведении экзамена учитываются результаты коллоквиума и учитывается выставляемая преподавателем оценка за контрольную работу, а так же за работу в ходе лабораторных занятий.

Если у обучающегося есть положительная оценка по аттестации и положительная оценка работы в ходе обучения по практическим занятиям, включая оценку «зачтено» по аттестационной работе, то оценка по экзамену может быть выставлена как среднее арифметическое данных оценок с округлением до десятых долей по математическим правилам. Если обучающийся не имеет положительной оценки по аттестации или аттестационной работе, или не согласен с этой оценкой, он может ответить на соответствующие вопросы в ходе экзамена.

Весь теоретический материал курса содержится в следующих вопросах

**Примерный перечень вопросов к экзамену:**

### **1 семестр (1 часть)**

1. Матрицы. Основные понятия. Действия над матрицами.
2. Определители. Основные понятия. Свойства определителей
3. невырожденные матрицы. Основные понятия. Обратная матрица. Ранг матрицы.
4. Системы линейных уравнений. Основные понятия. Решение систем линейных уравнений. Теорема Кронекера-Капелли. Формулы Крамера.
5. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса. Системы линейных однородных уравнений
6. Векторы. Основные понятия. Линейные операции над векторами. Проекция вектора на ось. Разложение вектора по ортам координатных осей. Модуль вектора. Направляющие косинусы.
7. Действия над векторами, заданными проекциями: линейные операции над векторами; равенство векторов; коллинеарность векторов; координаты точки и вектора.
8. Скалярное произведение векторов и его свойства. Векторное произведение векторов и его свойства. Смешанное произведение векторов и его свойства
9. Система координат на плоскости: основные понятия; основные приложения метода координат на плоскости; преобразования системы координат. Линии на плоскости. Основные понятия.

10. Различные уравнения прямой на плоскости.
11. Линии второго порядка на плоскости: основные понятия; окружность; эллипс, гипербола; парабола.
12. Линии второго порядка на плоскости: гипербола.
13. Линии второго порядка на плоскости: парабола.

(2 часть)

14. Множества. Действительные числа. Числовые промежутки. Окрестности точки. Функция: понятие функции; график функции; способы задания функции; основные свойства и характеристики функции; обратная и сложная функции
15. Предел функции в точке и на бесконечности. Односторонние пределы. Бесконечно большие и бесконечно малые функции
16. Основные теоремы о пределах функций. Признаки существования пределов.
17. Первый и второй замечательные пределы. Следствия из второго замечательного предела функции
18. Сравнение бесконечно малых функций. Эквивалентные бесконечно малые и основные теоремы о них.
19. Непрерывность функции в точке и на множестве. Точки разрыва функции и их классификация.
20. Производная функции действительного аргумента. Физический и геометрический смыслы производной функции в точке.
21. Уравнения касательной и нормали к кривой. Связь между дифференцируемостью и непрерывностью функции.
22. Производная суммы, разности, произведения и частного функций. Производная сложной и обратной функций.
23. Дифференцирование функций, заданных неявно и параметрически.
24. Логарифмическое дифференцирование. Производные высших порядков функций, заданных явно, неявно и параметрически.
25. Дифференциал функции: определение и геометрический смысл. Основные теоремы о дифференциалах. Дифференциалы высших порядков.
26. Некоторые теоремы о дифференцируемых функциях. Теоремы Ролля, Коши, Лагранжа и следствия к ним.
27. Правила Лопиталю. Раскрытие неопределенностей различных видов.
28. Необходимые и достаточные условия монотонности функции на интервале. необходимые и достаточные условия локального экстремума функции. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке.
29. Направления выпуклости графика функции. Точки перегиба.
30. Асимптоты графика функции.
31. Формулы Тейлора и Маклорена для функций одного действительного аргумента.
32. Понятие неопределенного интеграла. Свойства неопределенного интеграла
33. Основные методы вычисления неопределенных интегралов: непосредственного интегрирования; подстановки и замены переменной; интегрирования по частям.

## 2-й семестр

(3 часть)

34. Определенный интеграл как предел интегральной суммы. Некоторые свойства определенного интеграла. Геометрический и физический смыслы определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница.
35. Несобственные интегралы: интегралы по бесконечному промежутку интегрирования; интегралы от функций с особой точкой на отрезке интегрирования.
36. Функции двух переменных. Основные понятия и определения. Пределы функций двух переменных. Непрерывность функции двух переменных.
37. Частные производные первого порядка функции нескольких переменных и их геометрический смысл. Частные производные высших порядков.
38. Дифференцируемость и полный дифференциал функции нескольких переменных.
39. Дифференциалы высших порядков. Производные по направлению. Градиент. Производная сложной функции нескольких переменных.
40. Дифференцирование неявных функций.
41. Экстремумы функции двух переменных. Основные определения и понятия.
42. Необходимые и достаточные условия локального экстремума функции двух переменных.
43. Двойной интеграл. Основные понятия и определения. Основные свойства двойного интеграла.
44. Вычисление двойного интеграла в декартовых прямоугольных координатах. Формула замены переменных в двойном интеграле. Вычисление двойного интеграла в полярных координатах.
45. Криволинейные интегралы первого рода. Основные понятия и свойства. Вычисление криволинейного интеграла первого рода. Криволинейные интегралы второго рода. Основные понятия и свойства. Вычисление криволинейного интеграла второго рода.
46. Формула Остроградского-Грина. Условия независимости криволинейного интеграла второго рода от пути интегрирования

( 4 часть )

47. Комплексные числа. Основные понятия. Геометрическое изображение комплексных чисел. Различные формы записи комплексных чисел. Действия с комплексными числами, заданными в алгебраической и тригонометрической форме
48. Числовые ряды: основные понятия и определения. Необходимый признак сходимости числового ряда.
49. Достаточные признаки сходимости знакопостоянных числовых рядов: признаки сравнения, признак Даламбера; радикальный и интегральный признаки Коши.
50. Знакопередающиеся числовые ряды. Признак Лейбница.
51. Общий достаточный признак сходимости знакопеременных числовых рядов. Абсолютная и условная сходимости числовых рядов
52. Функциональные ряды. Степенные ряды. Теорема Н. Абеля.
53. Дифференциальные уравнения, основные понятия и определения.
54. Дифференциальные уравнения первого порядка. Задача Коши. Понятие общего и частного решений. Теорема Коши.
55. Уравнения с разделяющимися переменными.
56. Линейные однородные дифференциальные уравнения первого порядка.
- 57.. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения первого порядка.
58. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка.. Определитель Вронского. Частные решения. Теорема об общем решении неоднородного дифференциального уравнения второго порядка.
59. Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка. с постоянными коэффициентами. Три случая вида общего решения
60. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка. с постоянными коэффициентами

### Пример КИМ(экзамен)

#### Контрольно-измерительный материал № 1 (1 семестр)

1. Найти производную функции  $y = \cos \frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}$ .
2. Матрица. Основные понятия. Действия над матрицами.
3. Функция: основные понятия; график функции; способы задания функции; основные свойства и характеристики функции; обратная и сложная функции.
4. Вычислить  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5^x - 4^x}{x^2 + x}$ .
5. Первый и второй замечательные пределы. Следствия из второго замечательного предела функции

#### Контрольно-измерительный материал № 1 (2 семестр)

1. Определенный интеграл как предел интегральной суммы. Некоторые свойства определенного интеграла.
2. Функции двух переменных. Основные понятия и определения. Пределы функций двух переменных. Непрерывность функции двух переменных.
3. Найти частные производные первого порядка функции  $f(x, y) = \frac{2x \ln y}{x^2 + y^2}$
- 5.. Дифференциальные уравнения первого порядка. Задача Коши. Понятие общего и частного решений. Теорема Коши.

Критерии оценивания компетенций	Шкала оценок
Обучающийся не владеет основами учебно-программного материала, обнаружил пробелы в знаниях основного учебно-программного материала, допустил принципиальные ошибки в выполнении предусмотренных программой заданий.	«Неудовлетворительно»
Обучающийся владеет знаниями основного учебно-	"Удовлетворительно"

<p>программного материала в объеме, необходимом для дальнейшей учебы и предстоящей работы по специальности, справился с выполнением заданий, предусмотренных программой, знаком с основной литературой, рекомендованной программой. Как правило, оценка "удовлетворительно" выставляется студентам, допустившим погрешности в ответе на экзамене и при выполнении экзаменационных заданий, но обладающим необходимыми знаниями для их устранения под руководством преподавателя. Оценка «удовлетворительно» выставляется, если студент знает все определения по контрольно-измерительному материалу и может решить хотя бы один практический пример</p>	
<p>Обучающийся полностью владеет знаниями учебно-программного материала, успешно выполнил предусмотренные в программе задания, усвоил основную литературу, рекомендованную в программе. Как правило, оценка "хорошо" выставляется студентам, показавшим систематический характер знаний по дисциплине и способным к их самостоятельному. Оценка «хорошо» выставляется студенту, если он правильно и в полном объеме ответил на все теоретические вопросы билета, но допустил погрешности в практических примерах</p>	<p><b>"Хорошо"</b></p>
<p>Оценка «отлично» выставляется обучающимся, обнаружившим всестороннее, систематическое и глубокое знание учебно-программного материала, умение свободно выполнять задания, предусмотренные программой, усвоившему основную программу и знакомому с дополнительной литературой, рекомендованной программой. Как правило, оценка "отлично" выставляется студентам, усвоившим взаимосвязь основных понятий дисциплины в их значении для приобретаемой профессии, проявившим творческие способности в понимании, изложении и использовании учебно-программного материала. Оценка «отлично» выставляется, если студент в полном объеме и правильно ответил на все вопросы контрольно-измерительного материала (как на теоретическую, так и на практическую части)</p>	<p><b>"Отлично"</b></p>

### 20.3 Фонд оценочных средств сформированности компетенций студентов, рекомендуемый для проведения диагностических работ

#### ОПК-3 Способен использовать в профессиональной деятельности базовые знания в области математических и смежных естественных наук

Задания закрытого типа с выбором ответа (выбор одного варианта ответа.)

#### Test1

Какому числу равно алгебраическое дополнение элемента  $a_{23}$  определителя матрицы?

$$D = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 4 & 7 & 5 \\ -3 & -2 & -12 \end{pmatrix} ?$$

#### Варианты ответов

- 1) 1;
- 2) -1;
- 3) 2;
- 4) 5;

#### Решение

По определению, алгебраическим дополнением элемента  $a_{ij}$  определителя матрицы  $A$  называется его минор, взятый со знаком  $(-1)^{i+j}$ , таким образом алгебраическое дополнение элемента  $a_{23}$

$$\text{равно: } (-1)^{2+3} \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -3 & -2 \end{vmatrix} = (-1)^5 (2(-2) - 1(-3)) = -(-4 + 3) = 1.$$

**Ответ**

1

**Test2**

Как изменится определитель третьего порядка, если из его третьего столбца вычесть первый, умноженный на два?

Варианты ответов:

- 1) **не изменится;**
- 2) изменит свой знак;
- 3) увеличится в 2 раза;
- 4) станет равным нулю.

**Решение**

В силу свойства определителя, величина определителя не меняется, если к элементам какой-либо его строки или столбца прибавить элементы другой строки или столбца, умноженные на одно и тоже число.

**Ответ**

не изменится

**Test3**

При каком значении  $k$  прямые  $y = -5x + 12$  и  $y = kx - 4$  - перпендикулярны?

Варианты ответов:

- 1) **0,2;**
- 2) 5;
- 3) 0,5;
- 4) 4) -0,2.

**Решение**

Условие перпендикулярности прямых:  $k_1 = -\frac{1}{k_2}$  или  $k_1 k_2 = -1$ , таким образом

$$k = -\frac{1}{-5} = 0,2$$

**Ответ**

0,2

**Test5**

Установить соответствия в таблице:

1. Каноническое уравнение эллипса имеет вид	A) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$
2. Каноническое уравнение гиперболы имеет вид	B) $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$
3. Каноническое уравнение параболы имеет вид	C) $y^2 = 2px$

4. Уравнение окружности имеет вид

$$D) (x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$$

### Решение

Окружность – это множество точек плоскости  $M(x; y)$ , равноудаленных от данной точки  $C(a; b)$ . Уравнение окружности имеет вид

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2, C(a; b) - \text{центр окружности; } R - \text{радиус окружности.}$$

Эллипс – это множество точек плоскости  $M(x; y)$ , сумма расстояний которых до двух точек  $F_1(-c; 0)$  и  $F_2(c; 0)$  есть величина постоянная, равная  $2a$  ( $2a > 2c$ ). Каноническое (простейшее) уравнение эллипса имеет вид:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1. \quad \text{Здесь } a, b - \text{полуоси эллипса; } F_1 \text{ и } F_2 - \text{фокусы эллипса.}$$

Гипербола – это множество точек плоскости  $M(x; y)$ , абсолютная величина разности расстояний которых до двух точек  $F_1(-c; 0)$  и  $F_2(c; 0)$  есть величина постоянная, равная  $2a$  ( $2a < 2c$ ). Каноническое уравнение гиперболы:  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ . Здесь  $a, b$  - полуоси гиперболы (действительная и мнимая соответственно).

Парабола – это множество точек плоскости  $M(x; y)$ , равноудаленных от данной точки  $F\left(\frac{p}{2}, 0\right)$ , называемой фокусом, и данной прямой  $x = -\frac{p}{2}$ , называемой директрисой.

Каноническое уравнение параболы имеет в этом случае вид:  $y^2 = 2px$ ,

### Ответ

Правильные соответствия:

1. → A)

2. → B)

3. → C)

4. → D)

### Test6

Укажите, чему равен предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x}{\operatorname{tg} 5x}$

Варианты ответов:

1)  $\frac{7}{5}$ ;

2) 0;



- 3) 1;  
4)  $\infty$ .

### Решение

Если отношение двух бесконечно малых имеет предел, то этот предел не изменится при замене каждой из бесконечно малых эквивалентной ей бесконечно малой, то есть если

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{\alpha}{\beta} = m, \alpha \sim \alpha_1, \beta \sim \beta_1, \text{ то}$$

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{\alpha_1}{\beta_1} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{\alpha}{\beta} = m.$$

Используем эквивалентность бесконечно малых: если  $\alpha \rightarrow 0$ , то  $\sin \alpha \sim \alpha$ ,  $\operatorname{tg} \alpha \sim \alpha$ ,

следовательно:  $\sin 7x \sim 7x$ ,  $\operatorname{tg} 5x \sim 5x$ , при  $x \rightarrow 0$  и  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x}{\operatorname{tg} 5x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{7x}{5x} = \frac{7}{5}$ .

### Ответ

$$\frac{7}{5}$$

### Test7

Дана производная функции  $f'(x) = (x-1)(x-2)$ . Укажите, при каком значении  $x$  функция  $f(x)$  имеет максимум на отрезке  $[0,75;3]$ .

Варианты ответов:

- 1)  $x=1$   
2)  $x=2$   
3)  $x=3$   
4)  $x=0,75$

### Решение

Преобразуем производную  $f'(x) = (x-1)(x-2) = x^2 - 3x + 2$  и найдем вторую производную:  $f''(x) = 2x - 3$ . Найдем значения второй производной функции в точках  $x=1$  и  $x=2$ :  $f''(1) = -1 < 0$ ,  $f''(2) = 1 > 0$ . Следовательно, при  $x=1$  функция имеет максимум, причем  $f(1) = 2$  а при  $x=2$ , функция имеет минимум  $f(2) = 1$ .

### Ответ

$$x=1.$$

### Test8

Дан числовой ряд:  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n n!}{n^n}$  укажите, чему равно значение частичной суммы ряда  $S_2$ .

Варианты ответов:

- 1) 17,5;  
2) 12,5;

- 3) 5;
- 4) 25.

### Решение

Так как общий член ряда  $a_n = \frac{5^n n!}{n^n}$ , тогда  $a_1 = \frac{5 \cdot 1!}{1} = 5$  и  $a_2 = \frac{5^2 2!}{2^2} = \frac{50}{4} = 12,5$ ,

получим что частичная сумма ряда  $S_2 = a_1 + a_2 = 5 + 12,5 = 17,5$ .

### Ответ

17,5.

### Test9

Укажите значение градиента функции  $z = x^2 y$  в точке  $P(1;1)$ .

Варианты ответов:

- 1)  $grad z_P = \{2,1\}$ ;
- 2)  $grad z_P = \{1,1\}$ ;
- 3)  $grad z_P = \{2,2\}$
- 4)  $grad z_P = \{-2,-1\}$ .

### Решение

Найдем частные производные и их значения в точке  $P$ :

$$\frac{\partial z}{\partial x} = 2xy; \quad \left( \frac{\partial z}{\partial x} \right)_P = 2; \quad \frac{\partial z}{\partial y} = x^2; \quad \left( \frac{\partial z}{\partial y} \right)_P = 1. \text{ Следовательно,}$$

$$grad z_P = \{2,1\}.$$

### Ответ

$$grad z_P = \{2,1\}.$$

### Test10

Укажите общее решение дифференциального уравнения  $y'' - 4y' + 3y = 0$ .

Варианты ответов:

- 1)  $y = C_1 e^x + C_2 e^{3x}$
- 2)  $y = C_1 e^x + C_2 e^{2x}$
- 3)  $y = C_1 e^x + C_2$
- 4)  $y = C_1 + C_2 e^{3x}$

### Решение

Характеристическое уравнение  $k^2 - 4k + 3 = 0$  имеет корни  $k_1 = 1$ ,  $k_2 = 3$ , Общее решение уравнения имеет вид  $y = C_1 e^{k_1 x} + C_2 e^{k_2 x} = C_1 e^x + C_2 e^{3x}$

### Ответ

$$y = C_1 e^x + C_2 e^{3x}.$$

Задания открытого типа (короткий текст, введите пропущенное слово):

### Test11

Уравнение вида  $Ax + By + C = 0$ , называют \_\_\_\_\_ уравнением прямой

**Ответ**

общим  
общее

**Test12**

Первообразной функцией для функции  $f(x)$  называется такая функция  $F(x)$ , \_\_\_\_\_ которой равна данной функции

**Ответ**

Производная

**Test13**

Число вида  $c = a + ib$  где  $(a; b)$  вещественные числа, называется \_\_\_\_\_ числом

**Ответ**

комплексным  
комплексное

**Test14**

Уравнение вида  $F(x, y, y') = 0$ , где  $x$  - независимая переменная,  $y$  - искомая функция,  $y'$  - ее производная, называется дифференциальным уравнением \_\_\_\_\_ порядка.

**Ответ**

первого

**Test15**

Дифференциальное уравнение первого порядка  $y' = f(x, y)$  имеет бесчисленное множество решений, которые обычно определяются формулой  $y = \varphi(x, C)$ , содержащей одну произвольную постоянную  $C$ . Такое множество решений называют \_\_\_\_\_ решением

**Ответ**

общим  
общее

Задания открытого типа (ввод числа):

**Test16**

Скалярное произведение двух векторов  $\vec{a} = (1, -2, 3)$  и  $\vec{b} = (2, 4, -3)$  равно...

**Решение**

Скалярное произведение двух векторов находим по формуле  
 $(\vec{a}, \vec{b}) = x_1 y_1 + x_2 y_2 + x_3 y_3 = 1 \cdot 2 - 2 \cdot 4 + 3(-3) = 2 - 8 - 9 = -15$ .

**Ответ**

-15

**Test17**

Модуль комплексного числа  $c = 1 - i\sqrt{3}$  равен....

**Решение**

Находим  $|c| = \sqrt{1^2 + (-\sqrt{3})^2} = \sqrt{4} = 2$ . Таким образом,  $|1 - i\sqrt{3}| = 2$ .

**Ответ**

2

**Test18**

Значение производной функции  $y = x^2 \ln x$  в точке  $x = 1$  равно...

**Решение**

Находим производную:  $y' = 2x \ln x + x^2 \frac{1}{x} = 2x \ln x + x$  и вычислим ее значение в точке

$x = 1$ , получим:  $y'(x)|_{x=1} = 2x \ln x + x|_{x=1} = 2 \cdot 1 \cdot \ln 1 + 1 = 2 \cdot 0 + 1 = 1$ .

**Ответ**

1

**Test19**

Чему равна площадь фигуры, ограниченной осями координат, прямой  $x = 3$  и параболой  $y = x^2 + 1$ ? Введите числовое значение.

**Решение**

Площадь фигуры ограничена вертикальными прямыми:  $x = 0$  и  $x = 3$ . Тогда ее площадь равна:

$$S = \int_0^3 (x^2 + 1) dx = \left( \frac{x^3}{3} + x \right) \Big|_0^3 = 9 + 3 = 12.$$

**Ответ**

12

**Test20**

Чему равен радиус сходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{|x^n|}{n}$ ? Введите числовое значение.

**Решение** Радиус сходимости ряда находим по формуле:

$$R = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{|a_n|}{|a_{n+1}|} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+1}{n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left( 1 + \frac{1}{n} \right) = 1, \quad a_n = \frac{1}{n}$$

**Ответ**

1

### Критерии и шкалы оценивания заданий ФОС:

1) Задания закрытого типа (выбор одного варианта ответа, верно/неверно):

- 1 балл – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

2) Задания закрытого типа (множественный выбор):

- 2 балла – указаны все верные ответы;
- 0 баллов – указан хотя бы один неверный ответ.

3) Задания закрытого типа (на соответствие):

- 2 балла – все соответствия определены верно;
- 0 баллов – хотя бы одно сопоставление определено неверно.

4) Задания открытого типа (короткий текст):

- 2 балла – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

5) Задания открытого типа (число):

- 2 балла – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

**Задания раздела 20.3 рекомендуются к использованию при проведении диагностических работ с целью оценки остаточных результатов освоения данной дисциплины (знаний, умений, навыков).**